

球面热源辐射特性的研究

郭道峰, 王家森, 刘忠齐

(清华大学生物医学工程系,北京,100084)(中国人体健康科技促进会,北京 100080)

摘要: 本文是研究人体体表热像图的部分结果, 根据黑体辐射的理论, 通过对平面黑体热源的辐射特性的研究, 进一步探讨了球面辐射热源的辐射特性, 从而推广出对于一般曲面辐射热源的辐射特性。本文的结论是在实验的基础上得到的, 由于充分考虑到了实际测量的特点, 可以为医学上人体体表热辐射研究提供一定的理论依据。

关键词: 热辐射, 黑体, 红外探测器

Research of the Spherical Radiation Attribution *Guo Dao-Feng, Wang Jia-Sen

*(Department of Biomedical Engineering, Tsinghua University, Beijing, 100084, China) **Liu Zhong-Qi

** (Chinese Association for Advancement of Science and Technology for Human health, 100080, China) Abstract: The article is the part of studying the thermal imaging of the body. According to the black body theory we studied the attribution about the radiation of the plane black body and then we studied the attribution about the radiation of the spherical black body, at last we get the radiation attribution of the black body whose surface is any shape. The article is based on the experiment result. We have considered about the metrical request so we can use its results when we study the medically radiation about the body.

Key words: thermal radiation, the black body, the infrared sensor

一. 研究目的

人体体表的热像图是体表温度的分布图, 这种温度分布可以反映出人体内部的发热和热传递信息。人体的一些疾病会引起新陈代谢的异常, 代谢的异常会使发热改变, 从而使得热像图出现异常, 因此可以利用热像图检查某些疾病。

热像图是对人体体表温度分布所成的图像, 在通常的研究方法中是把体表作为平面来处理的, 但是对于人体的某些部位来说这种处理方法过于简化, 如果把这些部位作为曲面来处理将比把它们作为平面处理的结果更加准确, 如女性乳房, 腋窝等部位通常不应该看作平面来处理, 如果用球面来分析这些部位的热像图更为合理一些。但是, 球面的热辐射能量和探测器接收的数据之间的关系是怎样的? 探测器测量的温度是否可以反映被测部位的实际温度? 这些问题尚未得到验证, 本文的研究就是要通过实验验证和理论分析来说明球面热源的辐射能量和测量数据之间的关系问题。

二. 理论背景简介

热辐射是一种电磁辐射, 热辐射现象在宇宙中是普遍存在的, 热辐射学中的 Planck 公式是热辐射学的理论基础之一, 它给出了真空中黑体的单色热辐射力和辐射波长 (或者频率) 的关系, 热辐射学中许多重要的定理都是从这个公式中推导出来的。热辐射力是指单位面积的黑体在某一方向上的辐射能量。Planck 公式的波长形式如式 (1)。

$$E_{b\lambda} = \frac{2\pi\eta \cdot c^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

(1) 式中, $E_{b\lambda}$ —波长为 λ 的单色辐射力

l--波长

c--真空中的光速

h--Planck 常数

k--Boltzmann 常数

T--绝对温度

在整个波长范围内对 Planck 公式进行积分，可以得到全波长辐射力的公式，如式 2，

$$E_b = \sigma \cdot T^4$$

(2) 式中， $\sigma=5.67302 \times 10^{-8} \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$ 是个常数，叫做 Stefan-Boltzmann 常数。这个公式给出了黑体表面一点辐射能量和该点温度的关系，如果得到接收的黑体辐射能量的情况可以根据上式推出黑体表面的温度。

在常温下，人体体表的热辐射可以近似的看作是黑体辐射，只是体表辐射的能力不如黑体，假设体表辐射力用 E_p 表示，则有 $E_p = KE_b = K\sigma \cdot T^4$ 式中的比例系数 K 约为 0.98，这样就建立起了体表热辐射能量和体表温度的关系，这个关系是研究人体热辐射的理论基础。

三. 平面热辐射模型

3. 1 Lambert 余弦定理



图 1 在黑体表面一点的法线方向辐射力也叫做辐射强度，它和任意方向上的辐射力满足 Lambert 余弦定理， $E_p = E_0 \cdot \cos \theta$ 假设测量方向如图 1 所示，从图中可以推出球面热源上任意一点在测量方向上辐射的能量是法线方向的余弦分量。那么探测器的输出所表示的是不是和这个辐射力成正比呢？当我们通过对平面热源的实验和理论分析以后，我们认识到这个结果是不对的。首先介绍一下对平面黑体热源的几个实验。

3.2 对平面黑体热源的实验

3.2.1 距离对测量结果的影响

实验以平面黑体热源作为被测物，所用的热成像系统的温度分辨率是 0.1 oC。实验的结果是对测量图象上的黑体部分取平均得到的。

3. 2. 1 距离对测量结果的影响

这个实验的实验方法是将平面黑体热源的温度固定，改变热源和探测器之间的距离，来比较测量的结果。

实验数据文件名 到探头的距离 (m) 测量的平均温度(oC)

G1.pic 0.80 32.1

G2.pic 1.23 32.3

G3.pic 0.66 32.1

表 1 实验结果如表 1，黑体到探头的距离为近似测量的结果，测量的温度为重新聚焦以后的温度。在误差范围内，但是可以看出被测物体到探测器的距离对测量结果没有影响。

3. 2. 2 测量方向对结果的影响

将黑体中心和探测器的距离固定，不改变黑体温度，只是将黑体转过一定角度，即黑体平面的法线方向和测量方向成一定的角度，来验证转过不同的角度，对测量结果的影响，实验结果如表 2。实验数据名 转过的角度 测量的温度(oC)

G10.pic 0 36.4

G11.pic 10.0 36.4

G12.pic 20.0 36.5

G13.pic 25.0 36.4

G14.pic 30.0 36.4

G15.pic 45.0 36.5

表 2 当转过的角度更大时，就会出现温度明显减小的情况，因为黑体实际上是放在一个前端开口的绝热盒里，转过角度过大使得热辐射性质改变，可以认为这种现象是黑体本身造成的结果，因此更大角度的情况不能反应问题，这里就不加以考虑了。从表 2 中可以发现，测量温度和转过的角度无关。

3. 3 对实验结果的讨论

根据 Lambert 余弦定理分析可以得到，当平面黑体转过一定角度时，测量的结果应当减小，这个结论和实验 2 是矛盾的。如果实验是准确的，那么导致矛盾的原因就在分析的过程中。显然在我们可能忽略了一些因素，导致分析结果的错误。

为了解决这个矛盾，下面首先解释产生上述实验结果的原因。

3. 4 对平面黑体热源实验结果的解释

3. 4. 1 "测量视野"的提出

对于测量来说，当我们假设在不同的距离上测量范围不变时，在热像图上的物体大小应当不变，但是实验说明当被测物体离探测器距离近时，获得的图象大，反之物体在热像图上的像就小。这给我们一种提示，随着距离的不同测量范围会改变。被测物体距离探测器远，测量的范围大，物体在热像图上的像就变小了，反之亦然。

因此，我们引入一种"测量视野"的概念，它表示在被测物体离探测器的距离不同时，探测器测量的最大范围，这个范围是和被测物体离探测器的距离有关的。在图 2 中 s 表示探测器，在测量视野内的能量最终汇聚到一点。

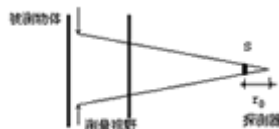


图 2

3. 4. 2 对实验 1 的解释

实验 2 的数据结果显示探测器测量平面黑体的温度与黑体和红外探测器的距离无关。利用测量视野的概念，如图 4 所示，考察一个探测器吸收辐射平面辐射的能量情况，

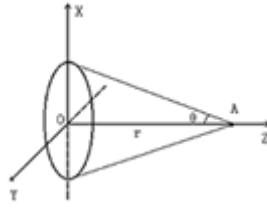


图 3

设 A 点为红外探测器，它的最大可测量角度为 θ_m ，在 XYZ 直角坐标系的 $Z=0$ 平面内有一个等温的平面热源， $OA=r$ ，热辐射强度为 I ，则 A 点接收到的辐射能为

$$E = \iint_{x^2+y^2 \leq r^2 \tan^2 \theta_m} \frac{I \cos \theta_{xy} dS}{4\pi r_{xy}^2}$$

dS 表示热源的微分面积，将这个二元积分转化为极坐标格式：

$$E = \int_0^{\pi/2} d\gamma \int_0^{\pi \theta_m} \frac{4I\rho \cos \theta_{\rho r} d\rho dy}{4\pi(r^2 + \rho^2)}$$

其中

$$\cos \theta_{\rho r} = \frac{r}{\sqrt{\rho^2 + r^2}}$$

所以有

$$E = \int_0^{\pi/2} d\gamma \cdot \int_0^{\pi \theta_m} \frac{I\rho d\rho}{\pi(r^2 + \rho^2)^{3/2}}$$

解这个积分得到

$$E = \frac{I}{2}(1 - \cos \theta_m) \quad (3)$$

可以看到这个结果和辐射源到探测器的距离 r 无关，而最大测量角度对于固定的探测器来说是一个常数，对于一定温度下的黑体，它的辐射强度也是一个常数，因此实验 2 中得到的实验结果所反映出的情况是正确的。

下面根据图 3，从直观上讨论这种现象的成因。探测器离被测物体远的时候虽然接收到的相等面积的辐射源的辐射少了，但是因为距离变远使得所能观察到的辐射源的面积增加了，也就是说能够进入探测器的辐射源增多了，这两种变化刚好可以抵消，所以在测量有效范围内不管被测物体和探测器的距离如何，探测器接收到的能量是不变的。

从上述对实验 2 的解释中可以发现在讨论探测器接收能量的问题时，如果讨论的辐射能量问题和距离有关，不应当忽略探测器本身的视野对结果的影响。举一个直观的例子，人眼观察物体的颜色，无论物体距离人眼有多远，除非人眼无法分辨，否则看到的颜色不变，这和上述问题的原理是一样的。3.4.3 对实验 3 的解释

实验 3 反应的是有一定倾角的平面热源的辐射，在最初推导结论时，我们考虑的是辐射强度的变化，而忽略了测量视野对测量结果的影响。

类似上面的方法，下面我给出具有一定倾角的平面的辐射公式。如图，

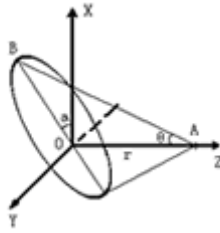


图 4 条件和前面一样，此处的辐射面与 XOY 平面有一个夹角，大小为 α 。则辐射源所在的平面为 $z = x \cdot \text{tg } \alpha$

吸收的辐射能量为

$$E = \iint_{\frac{x^2+y^2}{(r-z)^2} \leq \text{tg}^2 \theta_m} \frac{I \cos(\alpha + \theta) dS}{4\pi [x^2 + y^2 + (r-z)^2]}$$

这是一个曲面积分问题，在三角形 AOB 里应用正弦定理得到

$$\cos(\alpha + \theta) = \frac{r \cos \alpha}{\sqrt{x^2 + y^2 + (r-z)^2}}$$

根据曲面积分的公式可以得到

$$E = \iint_{\frac{x^2+y^2}{(r-z)^2} \leq \text{tg}^2 \theta_m} \frac{I r}{4\pi [x^2 + y^2 + (r-z)^2]^{3/2}} dx dy$$

这里

$$z = x \cdot \text{tg } \alpha$$

这个积分十分难求，涉及到一个很复杂的分式求积分，这个积分很难求得解析式。这里，由上一小节的分析可以得到如下结论，被测物体到探测器的距离不会影响测量结果。所以，我们推想被测物体辐射面法线方向可能也不会影响测量结果，如果推论成立，实际上不需要解出上述积分的解析式来。根据上式，可以看出，假如这个积分可以解出来，则 E 将是 r, I, α 和 θ_m 的函数。这里如前所述，r, I 和 θ_m 可以看成是常数，则我们要判断 E 是否是 α 的函数，即 E 是否随着 α 的改变而变化。虽然求出 E 和 α 的关系很困难，但是要判断 E 是否随 α 的改变而改变是比较容易的，可以直接对 α 求导数。如果，则说明 E 不随 α 的改变而改变。

根据积分公式

$$\int \frac{dx}{[x^2 + a^2]^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}} + C$$

可以将上述积分式中的 y 参数消掉，二重积分式可以化简为

$$E = E(\alpha) = \int_{x=\frac{r}{\text{tg } \alpha + \text{tg } \theta_m}}^0 f(x, \alpha, r) dx + \int_{x=\frac{r}{\text{tg } \alpha - \text{tg } \theta_m}}^0 f(x, \alpha, r) dx$$

其中

$$f(x, \alpha, r) = \frac{I r \sqrt{(r - x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2 \operatorname{tg}^2 \theta_m - x^2}}{2\pi [x^2 + (r - x \cdot \operatorname{tg} \alpha)^2] (r - x \cdot \operatorname{tg} \alpha) |\sec \theta_m|}$$

利用复合函数的求导方法可以得到
令

$$X_1 = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{ctg} \theta_m}; \quad X_2 = \frac{r}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \theta_m}; \quad \frac{dE(\alpha)}{d\alpha} = f(x, \alpha, r) \cdot \frac{dX_1}{d\alpha} + f(x, \alpha, r) \cdot \frac{dX_2}{d\alpha}$$

很容易证明上述微分式结果为零。这就是说探测器接收的辐射能量和测量角度无关，这个结论很好的支持了实验 3 的结果。

如果我们用 E 对 r 求导，可以更进一步的证明，E 不仅和测量角度无关，和测量的距离 r 也无关，这个结果可以看作是实验 2 的结论的推广。如果探测器接收的能量和平面转过的角度，测量距离 r 无关那么有

$$E = E(r, \alpha, \theta_m) = E(r, 0, \theta_m) = \frac{I}{2}(1 - \cos \theta_m) \quad (4)$$

所以探测方向与物体辐射法线方向所成的夹角不会改变探测器吸收的能量,也就不会对测量结果产生影响。

通过对两个实验的分析，可以看到我们提出的测量视野的概念可以解释热成像的一些问题，这和实际情况是相符的。需要说明的是红外成像系统有复杂的成像光路，测量视野的概念只是为了适应实际测量提出的一种简化模型，如果要求的被测物体和红外探测器输出之间的关系，要用到更复杂的计算。这里做的模型是在实验结果基础上的一种简化。

四. 球面热辐射模型

4. 1 等效变换

有了上述理论基础，我们可以考虑把一个平面热源的测量视野和测量距离对测量结果的影响进行抵消，对于同一个探测器来说测量的能量如公式 4 所述。

$$E = \frac{I}{2}(1 - \cos \theta_m) = I \cdot \left[\frac{1 - \cos \theta_m}{2} \right] = K \cdot I$$

其中，K 是仅和探测器有关的常数。所以在考虑平面模型时，探测器的接收能量为 K 和物体表面辐射强度的乘积。

在考虑热辐射问题时，同时忽略测量视野和测量距离的影响，这种变换对于问题来说是等效的。

4. 2 球面热辐射模型

对于球面热源来说，热成像系统测量的示意图如图 5 所示，我们可以把球面分割成许多小平面，分割的方法是满足每一个小平面正好占满整个测量视野。

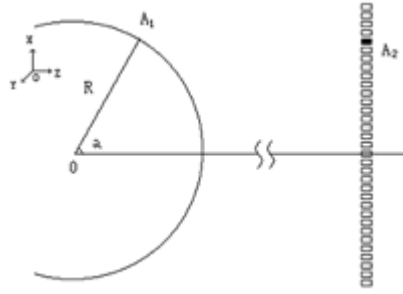


图 5 因为所有探测器的测量视野相同，所以根据前述的公式，所测量的结果和分割的表面的辐射强度成正比，和在球面上所处的测量位置无关。

4. 3 实验验证

为了验证球面模型的结果，我们测量了一个等温球体的热像图，如图 6。

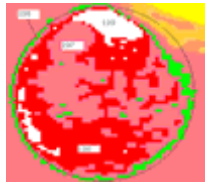


图 6 上图是一个等温球的测量结果（在左上角有其它热源影响了数据），黑线表示球的边缘，黑线内的数据为 197, 198, 199（这些数据使用的是采集系统直接测量的结果，没有经过温度计算的处理，如果处理以后，数据差为 0.1。C），在误差允许的范围内可以认为它们是相等的。

4. 4 引申

以上结论是对球面的推导结果，根据上述对平面和球面的研究，我们可以推广上述结论到任何曲面物体的测量。

结论：对于表面是任何形状物体的温度分布来说，测量的辐射温度只和物体表面的温度有关，和物体表面的形状，物体距离探测器的远近无关。

下面通过实验对这个结论进行了验证。我的实验对象是两个球面，球面的直径为 10cm，一个球是凸球面，另一个是凹球面。凸球面中心和边缘实际测量的温度差为 0.2。C,得到的图象上测量的温度差也是 0.2。C。凹球面的温度差比较大，实际测量的情况是中心温度比边缘高 0.9。C,在图像上测量得到的结果为中心比边缘温度高 0.8。C,因为热成像系统的红外探测器的分辨率为 0.1。C，所以可以认为实际测量和图像上的测量结果一致。

五. 总结

通过对球面热辐射模型的研究，我们发现在热成像系统中，测量任何曲面的温度，都可以不去考虑曲面形状如何，只有曲面的辐射力和探测器本身会对测量结果产生影响，对于同一探测器，根据测量结果可以得到热源表面的辐射力，进而可以了解表面的温度信息。

上述的模型，是研究球面热断层模型的一部分结果，根据上述结论，在研究球面热断层模型的时候，可以认为测量的辐射温度就是物体表面的温度，这样球面热断层模型的研究可以侧重于讨论体内热源的热量传导到体表时，引起的体表温度分布情况。